Revista Transformación, ISSN: 2077-2955, enero-julio 2010, 6 (1), 46-53

La estructura de los problemas algebraicos en la Enseñanza Media

The structure of algebraic problem in high schools

M. Sc. José Ángel Chío Rojas

jchio@ucp.cm.rimed.cu

Dra. C. Aida Álvarez Gómez

M. Sc. Pablo Estrada Aguilera

Universidad de Ciencias Pedagógicas "José Martí"

Los autores son profesores del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "José Martí " de Camagüey. Chío Rojas, profesor asistente, tiene una maestría en Educación Avanzada y una experiencia en la educación superior de 32 años en los que ha investigado en el campo de la metodología de la enseñanza de la Matemática. La Dra. Álvarez Gómez es Profesora Auxiliar, tiene 35 años de experiencias en la Educación universitaria, y como investigadora en el mismo campo. Estrada Aguilera es profesor asistente y ha laborado por 31 años en la Universidad de Ciencias Pedagógicas.

RESUMEN

El artículo aborda la importancia del conocimiento por los estudiantes de la estructura de los problemas algebraicos. Se explora el conocimiento de la estructura de los problemas por parte de los estudiantes y se ofrecen recomendaciones a los profesores para enfrentar las dificultades cotidianas en la solución de problemas.

Palabras clave: solución de problemas, problemas algebraicos, metodología.

ABSTRACT

The paper is aimed at discussing the importance of pupil's knowledge of algebraic problem structure. The research started by diagnosing pupil's actual command of algebraic problem structure. Finally suggestions to teachers of mathematics for facing difficulties in solving problems are given.

Key words: Problem solving, algebraic problems, methodology.

Una dificultad de carácter universal en el aprendizaje de la Matemática la constituye la resolución de problemas. Numerosos investigadores en el campo de la Educación Matemática, han dedicado sus esfuerzos a analizar las causas que provocan la falta de éxito en un gran número de niños y jóvenes en la solución de problemas matemáticos en todos los niveles de enseñanza.

El presente trabajo analiza la importancia que tiene, para profesores y estudiantes, el conocimiento de la estructura de los problemas algebraicos. A los estudiantes, les permite una mayor orientación en la actividad de resolución de problemas matemáticos y a los profesores un pilar importante para su selección y tratamiento.

Para la labor metodológica de planificación de los sistemas de clases se ofrece una propuesta de indicadores para la selección de los sistemas de problemas algebraicos. De igual forma se recomienda un conjunto de actividades que contribuirán a consolidar el trabajo con la estructura de ellos, lo cual constituye un primer momento del análisis y comprensión del problema.

MATERIALES Y MÉTODOS

A través de entrevistas a estudiantes y la observación a numerosas actividades docentes de maestros y profesores fue posible conocer que el concepto de problema, así como su estructura no constituyen objeto y contenido de estudio en las clases de resolución de problemas algebraicos.

En entrevistas a niños de 4to, 6to y 8vo grado seleccionados al azar se realizó la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los componentes que conforman el enunciado de un problema matemático? En 4to grado, sólo el 26,3% de los alumnos poseen alguna noción acerca de la estructura de un problema. La mayoría de los estudiantes encuestados identifica sólo los datos de los problemas como parte de su estructura. No se reconoce como parte de esta, las relaciones que se establecen entre los datos, así como también, entre los datos y la exigencia o interrogante del problema. Aunque esta situación mejora en 6to y 8vo en relación con el 4to grado, se mencionan erróneamente como componentes de los problemas las igualdades, ecuaciones y las respuestas, las cuales conforman elementos de la solución y no su enunciado.

El desconocimiento de los componentes esenciales que conforman los problemas tiene una implicación directa en las dificultades de los estudiantes en la etapa de análisis y comprensión de los problemas algebraicos. Su resolución, como toda actividad, requiere de una adecuada orientación para su ejecución exitosa. En tal sentido, el conocimiento por parte de los estudiantes de la estructura de los problemas matemáticos, a juicio de los autores, constituye un componente esencial en el proceso de orientación en la actividad de resolución de problemas.

RESULTADOS

Labarrere destaca como elementos de la estructura general de todo problema matemático los siguientes: (1887, p. 10)

- El contenido.
- Las condiciones.
- La exigencia.

Por *contenido*, considera el conjunto de objetos, magnitudes, y relaciones que conforman el enunciado.

Denomina *condiciones* a aquella parte del problema que nos ofrece información inicial acerca del suceso o acontecimiento que se desarrolla. Usualmente se les denominan datos del problema.

Por *exigencia* del problema comprende aquella parte que especifica el fin u objetivo final a alcanzar.

En cuanto a la estructura específica de los problemas se refiere a la forma peculiar en cómo se organizan las relaciones que lo constituyen.

Las consideraciones de Labarrere acerca de los componentes de los problemas matemáticos no son únicas. Para Lisette Poggioli (2005) los problemas tienen cuatro componentes: 1) las metas, 2) los datos, 3) las restricciones y 4) los métodos. Entendiéndose por restricciones las limitaciones que imponen las exigencias del problema, en cuanto a no tener necesidad de utilizar todos los datos del problema. Los métodos u operaciones se refieren a los procedimientos utilizados en el proceso de solución.

Para el trabajo con problemas algebraicos, los autores del presente trabajo prefieren considerar una estructura proposicional con los siguientes elementos:

- **Datos:**

Son obtenidos de proposiciones que informan el valor de una constante, por lo cual su traducción algebraica es una igualdad cuyos términos son: en un miembro, una expresión; en el otro, un valor numérico representante de una determinada magnitud. Por ejemplo: Proposición "Un tanque de agua tiene 2000 litros de capacidad". Su traducción algebraica es $C = 2000$ L.

- **Relaciones. (Implícita y explícita):**

Proposiciones verdaderas cuya traducción, es una igualdad o desigualdad en la cual al menos un término es una expresión compuesta. La proposición "el candidato **A** recibió 26 votos menos que el duplo de la cantidad de votos recibidos por el candidato **B**", tiene como traducción la igualdad $V_A = 2\ V_B - 26$. Esta relación es explícita por lo cual, los indicios requeridos para la traducción se hallaban directamente en el enunciado del problema.

Cuando para ser halladas se requiere de un proceso de inferencia, reciben el nombre de relaciones implícitas. Ejemplo: "En un centro de recría donde hay conejos y gallinas pueden contarse 104 patas", la traducción a la igualdad 4X + 2Y = 104 requirió de la realización previa de inferencias.

Si en el enunciado de los problemas, se ofrecen magnitudes que son componentes de una relación analítica dada, no se considera a esta magnitud como *dato* en el sentido estricto, según como fue definido. Por ejemplo: "La suma de las edades de tres niños es 40 años." La magnitud 40 años es parte de la relación: a + b + c = 40

- **Interrogante:**

Proposición cuya traducción es una igualdad cuyos términos son: en un miembro, una expresión simple; en el otro, un signo que denota incógnita. Por ejemplo: La edad que cumplirá Rosita es el triplo de la edad que tenía hace 36 años, ¿Qué edad cumplirá Rosita? La edad de Rosita será: E = x (incógnita).

- **Condición.** Puede ser explícita o implícita:

Proposición que ofrece información sobre una situación probable, circunstancial o hipotética sobre los objetos u hechos del problema, útil para las inferencias requeridas durante la interpretación de los enunciados de los problemas. Ejemplo: "La base de un rectángulo es de 6,0dm mayor que su altura. Si la base aumenta en 4,0dm y la altura disminuye en 2,0dm, el área aumenta en 8,0dm^2. Halla las dimensiones del rectángulo". De la condición subrayada se infiere, implícitamente el planteamiento de una igualdad.

Estos elementos proposicionales *datos, relaciones y condiciones*, no están presentes necesariamente en cada uno de los problemas algebraicos. Por ejemplo, en el siguiente problema: "Un terreno rectangular tiene 40m más de largo que de ancho. Si tuviese 20m menos de largo y 10m más de ancho su área sería la misma. Calcula las dimensiones del terreno." existen relaciones y condición pero no hay proposición *dato*. Es evidente que proposición interrogante hay en todo problema, sin embargo, como puede observarse en el ejemplo no necesariamente se presenta en forma de pregunta.

En los controles a clases se han observado, frecuentemente, enunciados de problemas donde se utilizan relaciones sencillas, de forma explícita, lo cual no contribuye a la función de desarrollo que, en la enseñanza, deben proporcionar los problemas.

Se considera como un criterio para la gradación de las dificultades de los problemas algebraicos, el tipo de estructura de los problemas. La consideración de la complejidad de las relaciones analíticas, así como el carácter explícito e implícito de sus condiciones, pueden constituir indicadores que posibiliten una adecuada gradación de estos, y por ende, su selección por parte de los profesores en su labor metodológica de planificación de los sistemas de clases.

Otros indicadores que se consideran para la adecuada selección de los sistemas de problemas algebraicos son:

- Necesidad de conversión de magnitudes.
- Nivel de integridad de los conocimientos matemáticos.
- Necesidad de la utilización de las reglas del cálculo aproximado.
- Grados de dificultad en la traducción algebraica.
- Realización de operaciones con grandes números.
- Número de operaciones requeridas en la solución del problema.
- Problemas que no tengan solución.
- Problemas con datos innecesarios.
- Grado de complejidad de las relaciones analíticas.
- Aplicación de conocimientos de otras disciplinas.
- Utilización de relaciones que no poseen valores concretos.

A partir de un adiestramiento de los estudiantes en la estructura de los problemas y la identificación de sus componentes, lograrán resolver un volumen mayor de problemas, teniendo en cuenta la homología de sus enunciados, es decir, aplicando el razonamiento por analogía en problemas de estructuras semejantes.

Por la estructura, los problemas pueden clasificarse de acuerdo con su tipo específico según la homología de sus componentes respectivos. La analogía, como razonamiento, se emplea muy a menudo en la solución de problemas del mismo tipo, obedeciendo esta clase de problemas a vías de solución semejantes. A continuación se muestra un ejemplo de esquema de analogía en un tipo de problema.

<u>Problema A</u>: Problema ya resuelto

a) Dato T que representa la suma de dos partes P (P1 y P_2) desconocidas.

b) Relación analítica de las partes. $P_1 = 2\ P_2$ ó $P2 = 2\ P_{1.}$

c) Exigencia: Conocer cada una de las partes.

d) Vía de solución algebraica: $P_1 + 2\ P_1 = T$ ó $2\ P_2 + P_2 = T$.

De a), b) y c) se infiere d)

<u>Problema B</u>: Problema sin resolver.

Posee características a), b) y c).

Razonamiento por analogía: El problema B tiene la misma vía de solución d).

Se muestra lo anterior tomando como ejemplos problemas propuestos en los textos escolares.

Problema # 39. Página 156 del libro de texto del cuarto grado.

Elena y su hermanita más pequeña pesan 87kg. Si la hermanita pesa la mitad de lo que pesa Elena, (puede reformularse expresándose: Si Elena pesa el doble de lo que pesa su hermanita) ¿cuánto pesa cada una?

Problema #18. Página 158 del libro de texto del quinto grado.

La suma de dos segmentos es 360mm. Uno de los segmentos mide el duplo de la longitud del otro segmento. ¿Cuánto miden los segmentos?

Problemas #4, 6 y 10. Página 114 del libro de texto del sexto grado.

Problema 4: La suma de las distancias recorridas por dos autos es de 324km. Uno de ellos después de haber recorrido una determinada distancia no pudo continuar por desperfectos técnicos y el otro pudo recorrer el duplo de la distancia alcanzada por el primero. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno?

Problema 6: Felipe y Beatriz realizaron entre los dos un total de 219 horas de trabajo voluntario. Beatriz realizó la mitad de la cantidad de horas realizadas por Felipe. (Puede reformularse expresándose: Felipe realizó el doble de horas voluntarias que realizó Beatriz) ¿Cuántas horas acumuló cada uno?

Problema 10: Los ángulos ABC y PBR son opuestos por el vértice tales que tienen un ángulo adyacente común que es el doble de ellos. Calcula la amplitud de los ángulos dados. (Nota: los ángulos adyacentes suman 180 grados)

Problema #39. Página 90 del libro de texto de 8vo grado.

Durante el proceso de perfeccionamiento de nuestra industria sideromecánica (SIME), desde 1987 hasta principios de 1989 se planificó una producción de 150 máquinas para riego. Al hacer un chequeo de este total, los equipos ya fabricados representaban el duplo de los que todavía se encontraban en proceso de ensamblaje. ¿Cuántas máquinas habían sido ya fabricadas y cuántas se hallaban en proceso de ensamblaje?

Problema # 121. Página 133 del texto Álgebra Elemental de A. Baldor.

La edad de A es el doble que la de B, y ambas edades suman 36 años. Hallar ambas edades.

Problema # 3 . Página 134 del texto Álgebra Elemental de A. Baldor.

En un hotel de dos pisos hay 48 habitaciones. Si las habitaciones del segundo piso son la mitad de las del primero (o las habitaciones del primer piso son el doble de las habitaciones del segundo piso), ¿cuántas habitaciones hay en cada piso?

Con independencia de la vía de solución (aritmética o algebraica) que se emplee, de acuerdo con el grado de los estudiantes, **todos los problemas tienen la misma estructura proposicional y la misma vía de solución**.

Si se considera a **T** el dato total que se ofrece en los problemas, la vía aritmética requerirá sólo la operación **T/3** para obtener el menor de los valores que se piden. El otro valor se obtiene multiplicando por 2 al menor de los valores (el duplo).

A partir de 6to grado los estudiantes pueden resolver todos estos problemas, planteando la misma ecuación lineal, $X + 2X = T$, donde X es el menor de las partes componentes de T.

Un volumen mayor de problemas pueden formularse si se varían las relaciones en el enunciado de los problemas. Por ejemplo: En un hotel de dos pisos hay 48 habitaciones. Si las habitaciones del segundo piso son el quíntuplo de las del primero, ¿cuántas habitaciones hay en cada piso?

Para el trabajo con las estructuras de los problemas algebraicos se recomienda la realización de actividades tales como:

- Identificación, en el enunciado del problema, de los componentes proposicionales que lo conforman.
- Reformular problemas que brinden una mejor interpretación de las relaciones y condiciones.
- Búsquedas de problemas con estructuras análogas en otros textos.
- Formulación de problemas con una estructura determinada.
- Formulaciones de problemas con condiciones y relaciones dadas.
- Formulación de problemas al variar relaciones, condiciones y datos de un problema dado.

CONCLUSIONES

El desconocimiento de los componentes esenciales que conforman los problemas tiene una implicación directa en las dificultades de los estudiantes en la etapa de análisis y comprensión del problema.

El conocimiento por parte de los estudiantes de la estructura de los problemas matemáticos constituye un aspecto esencial en el proceso de orientación y búsqueda de la vía de solución que garantiza que el estudiante pueda resolver un número mayor de problemas de los libros de textos apoyándose en el proceso de analogía.

Es recomendable que los profesores tengan en cuenta en la planificación de los sistemas de clases, los indicadores formulados en este trabajo para garantizar una adecuada gradación de los problemas algebraicos, así como el conjunto de actividades propuestos para consolidar el trabajo con la estructura de los problemas algebraicos, lo cual constituye un primer momento del análisis y comprensión del problema.

Recibido: Mayo 2009
Aprobado: Julio 2009

BIBLIOGRAFÍA

Baldor, A. *Álgebra Elemental.* La Habana: Imprenta Nacional de Cuba.

González, F. (1995). *El corazón de la Matemática. Parte 3. Serie: Temas de Educación Matemática.* Venezuela.

Labarrere, A. (1987). *Bases psicológicas de la enseñanza de la solución de problemas en la escuela primaria.* Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Muñoz Baños, F. (1990). *Matemática Octavo grado.* Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Poggioli, L. (2005). *Estrategias de resolución de problemas.* Recuperado el 25 de abril de 2005, de Serie Enseñando a aprender.

Rizo Cabrera, C. (1991). *Matemática. Cuarto grado.* Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rizo Cabrera, C. (1989). *Matemática. Quinto grado.* Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Rizo Cabrera, C. (1990). *Matemática. Sexto grado.* Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Ruiz de Ugario, G. (1965). *Cómo enseñar la aritmética en la escuela primaria.* La Habana: Editora Pedagógica.